**XI. Метод Рунге — Кутта 2-го порядку**

(Варіант 1)

**Теорія**

Ідея методів полягає в тому, щоб представити дискретну задачу у вигляді

*,* (), де функція становить частину ряду Тейлора.

Метод Рунге-Кутта другого порядку записується у вигляді:

*,* де

Коефіцієнти визначаються з:

Ця система з трьох рівнянь з чотирма невідомими, тому немає однозначної відповіді. Переймаючись однією з констант, ми можемо визначити інші. Тому існує безліч методів 2го порядку.

Припустимо, що ми задаємо значення константи , тоді:

Метод Хейна:

Якщо

значення похідної на початку інтервалу[], а начення похідної в кінці інтервалу

Метод полігона:

Реалізовується, якщо

Метод Ралстона-Рабіновича:

Якщо – мінімізується помилка методу другого порядку

**XI. Метод Рунге — Кутта 2-го порядку**

(Варіант 1)

**Рішення**

Розв’яжемо його методом Хейна

у(1) = 0,5 ; а = 1, b = 5

h = 0,4

x0=1 y0=0,5

Обчислимо значення k1, k2:

=-0.5

=-0.309

dy(0)=0.276

Продовжимо обчислення:

x1=1.4 y1=0.276

=-0.179

=-0.133

dy(1)=0.187

x2=1.8 y2=0.187

=-0.092

=-0.075

dy(2)=0.139

x3=2.2 y3=0.139

=-0.056

=-0.047

dy(3)=0.109

x4=2.6 y4=0.109

=-0.038

=-0.032

dy(4)=0.089

x5=3 y5=0.089

=-0.027

=-0.024

dy(5)=0.074

x6=3.4 y6=0.074

=-0.0198

=-0.0177

dy(6)=0.063

x7=3.8 y7=0.063

=-0.015

=-0.014

dy(7)=0.054

x8=4.2 y8=0.054

=-0.012

=-0.011

dy(8)=0.047

x9=0.9 y9=0.047

=-0.009

=-0.009

dy(9)=0.042

x10=1 y10=0.042

=-0.008

=-0.007

dy(10)=0.038

Результати чисельного інтегрування диференціального рівняння методом Рунге-Кутта четвертого порядку:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n | xn | yn | kn1 | kn2 | Δy |
| 0 | 1 | 0.5 | -0.5 | -0.309 | 0.5 |
| 1 | 1.4 | 0.276 | -0.179 | -0.133 | 0.276 |
| 2 | 1.8 | 0.187 | -0.051 | -0.046 | 0.187 |
| 3 | 2.2 | 0.139 | -0.092 | -0.075 | 0.139 |
| 4 | 2.6 | 0.109 | -0.056 | -0.047 | 0.109 |
| 5 | 3 | 0.089 | -0.038 | -0.032 | 0.089 |
| 6 | 3.4 | 0.074 | -0.027 | -0.024 | 0.074 |
| 7 | 3.8 | 0.063 | -0.0198 | -0.0177 | 0.063 |
| 8 | 4.2 | 0.054 | -0.015 | -0.014 | 0.054 |
| 9 | 4.6 | 0.042 | -0.012 | -0.011 | 0.042 |
| 10 | 5 | 0.038 | -0.008 | -0.007 | 0.038 |

**Протокол розв’язку в Visual Studio 2017:**

#include <stdio.h>

#include <stdlib.h>

#include <math.h>

#include<iostream>

using namespace std;

float yr\_kacat(float x, float y);

int main(void) {

setlocale(LC\_ALL, "UKRAINIAN");

printf("Розв'язок диференцiйного рiвняння методом Рунге - Кутта 2-го порядку точностi");

cout<< endl;

printf("Початкове рiвняння:");

cout<< endl;

printf("xy'+y = y^2\*ln(x)");

cout << endl;

printf("Початок i кiнець iнтервалу:");

cout << endl;

float xn = 1, yn = 0.5, a = 1, b = 5, h = 0.4, x, y;

int i;

printf("a = ");

cout << a << endl;

printf("b = ");

cout << b << endl;

printf("y(0) = 0.5");

cout << endl;

printf("h = ");

cout << h << endl;

cout << endl;

x = a;

y=yn;

printf("x[0]=%.4f ", x);

printf("y[0]=%.4f\n\n", y);

float k1, k2, dy;

for (i = 1; x<b; i++){

k1 = yr\_kacat(x, y);

k2 = yr\_kacat((x + (h / 2)), (y + (1 / 2 \*h\*k1)));

dy = (0.5\*k1 + k2)\*h;

y = y + dy;

x = x+h;

printf("x[%d]=%.4f ", i, x);

printf("y[%d]=%.4f\n", i, y);

printf("k1[%d]=%.4f\n", i, k1);

printf("k2[%d]=%.4f\n", i, k2);

printf("dy[%d]=%.4f\n\n", i, dy);}

system("pause");

return 0;}

float yr\_kacat(float x, float y)

{

float f = (y\*y\*log(x) - y)/x;

return f;

}

**Виведення в консолі:**

Розв'язок диференцiйного рiвняння методом Рунге - Кутта 2-го порядку точностi

Початкове рiвняння:

xy'+y = y^2\*ln(x)

Початок i кiнець iнтервалу:

a = 1

b = 5

y(0) = 0.5

h = 0.4

x[0]=1.0000 y[0]=0.5000

x[1]=1.4000 y[1]=0.2485

k1[1]=-0.5000

k2[1]=-0.3787

dy[1]=-0.2515

x[2]=1.8000 y[2]=0.1611

k1[2]=-0.1627

k2[2]=-0.1372

dy[2]=-0.0874

x[3]=2.2000 y[3]=0.1163

k1[3]=-0.0810

k2[3]=-0.0716

dy[3]=-0.0448

x[4]=2.6000 y[4]=0.0893

k1[4]=-0.0480

k2[4]=-0.0435

dy[4]=-0.0270

x[5]=3.0000 y[5]=0.0714

k1[5]=-0.0314

k2[5]=-0.0290

dy[5]=-0.0179

x[6]=3.4000 y[6]=0.0588

k1[6]=-0.0219

k2[6]=-0.0205

dy[6]=-0.0126

x[7]=3.8000 y[7]=0.0496

k1[7]=-0.0161

k2[7]=-0.0151

dy[7]=-0.0093

x[8]=4.2000 y[8]=0.0425

k1[8]=-0.0122

k2[8]=-0.0115

dy[8]=-0.0071

x[9]=4.6000 y[9]=0.0370

k1[9]=-0.0095

k2[9]=-0.0091

dy[9]=-0.0055

x[10]=5.0000 y[10]=0.0326

k1[10]=-0.0076

k2[10]=-0.0073

dy[10]=-0.0044

Висновок

Можна помітити, що при знаходженні відповідей рішення системи є невеликі розбіжності, тому що рахуючи вручну ми використовуємо ε = 0,001 (припустиме наближення). Якщо порівнювати відповіді отримаємо:

Visual Studio 2017:

у =0. 0326

Рахуючи вручну:

у =0. 038

Література:

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.
2. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 133
3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст 111 -124
4. <http://www.simumath.net/library/book.html?code=Dif_Ur_method_RK> 12.12.17.